

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2016

Richard Stráník

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra elektroenergetiky

Úloha na měření elektrického pole
Labour for the electrical Field Measuring

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra elektroenergetiky

Zadání bakalářské práce

Student: **Richard Stráník**
Studijní program: B2649 Elektrotechnika
Studijní obor: 3907R001 Elektroenergetika
Téma: **Úloha na měření elektrického pole**
Labour for the electrical Field Measuring
Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

1. Charakterizujte přístroj VX0100 a jeho užití k biotestu.
2. Řešte elektrostatické pole válce a rovin.
3. Porovnejte odvozené vztahy s měřením kapacity a intenzity elektrického pole.

Seznam doporučené odborné literatury:


MAYER, Daniel. Aplikovaný elektromagnetismus. České Budějovice : Kopp, 2012. 538 s. ISBN 978-80-7232-436-1

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí bakalářské práce: **doc. Dr. Ing. Věslav Mach**

Datum zadání: 01.09.2015

Datum odevzdání: 29.04.2016


prof. Ing. Stanislav Rusek, CSc.
vedoucí katedry




prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

„Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.“

V Ostravě, dne: 25. 4. 2016

Jméno a příjmení: Richard Stráník

Podpis:Richard Stráník.....

Poděkování

Na tomto místě bych chtěl srdečně poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce doc. Dr. Ing. Veleslavu Machovi za veškerý věnovaný čas při konzultacích, laboratorních měřeních a za odborné rady k této závěrečné práci.

Abstrakt

Tato práce se zabývá elektrostatickým polem, respektive jeho měřením a výpočtem. Cílem práce je detailně se seznámit s měřicím přístrojem elektrické intenzity VX0100, dále změřit pomocí tohoto přístroje intenzity polí okolo jednotlivých elektrických spotřebičů a provést tak zjednodušený biotest. Hlavním cílem práce je matematicky popsat elektrostatická pole válce a rovin, následně je změřit na laboratorním modelu a posléze porovnat naměřené hodnoty s odvozenými výpočty.

V teoretické části práce je možné nelézt princip řešení jednotlivých případů elektrostatických polí válce a rovin se zaměřením na výpočty elektrické intenzity a kapacity daného uspořádání. Praktická část práce se skládá z již zmíněného zjednodušeného biotestu a z měření polí zmíněných uspořádání.

Klíčová slova

Elektrostatické pole válce a rovin, měřicí přístroj VX0100, měření elektrické intenzity

Abstract

This thesis deals with the electrostatic field, or more precisely with its measurement and calculation. The aim of the thesis is to get acquainted in detail with a measuring device of electrical intensity VX0100, also to measure field intensity around individual electrical appliances and to perform the simplified biotest by measuring device. The main objective of this thesis is to mathematically describe electrostatic fields of cylinder and planes, after that to measure it on the laboratory model and at the end of the thesis to compare the measured values with the derived calculations.

In the theoretical part of the thesis it is possible to find principle of the solution of individual examples of the electrostatic fields of the cylinder and planes with a focus on calculating electrical intensity and capacity of the mentioned layouts. The practical part consists of the already mentioned simplified biotest and field measurements of these layouts.

Key words

Electrostatic field of the cylinder and planes, measuring device VX0100, measurement of the electrical intensity

Obsah

Úvod.....	1
1. Přístroj VX0100 a jeho užití k biotestu	2
1.1 Měření pomocí přístroje VX0100 a biotest	3
1.2 Zkušební měření znečištění prostoru elektrickým polem jednotlivých spotřebičů	5
1.3 Závěr zkušebního měření	6
2. Elektrostatické pole	7
2.1 Základní vlastnosti	7
2.2 Rovnice elektrostatického pole	7
2.3 Gaussova věta.....	7
3. Řešení elektrostatického pole válce a rovin	8
3.1 Pole válcové elektrody a uzemněné roviny	8
3.1.1 Přesná metoda vycházející z Apolionových kružnic.....	8
3.1.2 Zjednodušená metoda ztotožňující elektrickou a geometrickou osu.....	9
3.2 Pole válcové elektrody a dvou uzemněných polorovin (úhel 90°).....	12
3.2.1 Výpočet maximální hodnoty elektrické intenzity v daném poli.....	13
3.2.2 Výpočet maximální hodnoty elektrické intenzity v ose y	14
3.3 Pole válcové elektrody a dvou uzemněných polorovin (úhel 45°).....	16
3.3.1 Výpočet maximální hodnoty elektrické intenzity v ose y	17
4. Pole válcové elektrody	19
5. Měření polí válcových elektrod a uzemněných rovin	21
5.1 Rozměry a parametry jednotlivých prvků obvodu	21
5.2 Stanovení hodnoty pozadí v prostoru měření.....	22
5.3 Uspořádání válec a uzemněná rovina.....	23
5.4 Uspořádání válec a dvě uzemněné poloroviny svírající úhel 90°	24
5.5 Uspořádání válec a dvě uzemněné poloroviny svírající úhel 45°	24
5.6 Měření pole válcové elektrody	25
6. Porovnání odvozených vztahů s naměřenými hodnotami	28
6.1 Pole válcové elektrody a uzemněné roviny	28
6.1.1 Přesná metoda vycházející z Apolionových kružnic.....	28
6.1.2 Zjednodušená metoda ztotožňující elektrickou a geometrickou osu.....	29
6.2 Uspořádání válec a dvě uzemněné poloroviny svírající úhel 90°	30

6.3	Uspořádání válec a dvě uzemněné poloroviny svírající úhel 45°	33
6.4	Kontrolní měření na modelu homogenního pole	36
7.	Závěr	38
8.	Seznam literatury	40

Seznam použitých symbolů a zkratek

D	elektrická indukce (Cm^{-2})
d	vzdálenost od čárového náboje k ose y (m), vzdálenost rovinné elektrody od uzemněné roviny (m)
E_1'	elektrická intenzita od náboje č. 1 přepočtená do potřebné osy (Vm^{-1})
E_m	maximální hodnota elektrické intenzity (Vm^{-1})
E_p	hodnota elektrického pozadí (Vm^{-1})
E_v	vypočítaná velikost elektrické intenzity (Vm^{-1})
E_x	velikost elektrické intenzity v místě x (Vm^{-1})
h	délka válcové elektrody (m), vzdálenost od osy válcové elektrody k uzemněným polorovinám (m)
n	počet naměřených hodnot
R	vzdálenost od osy válcové elektrody k ose y /uzemněné rovině (m), vzdálenost od středu válcové elektrody ke Gaussově ploše (m)
R_p	předřadný odpor (Ω)
R_i	vnitřní odpor přístroje (Ω)
r	poloměr (m)
S	plocha (m^2)
x	souřadnice, nezávisle proměnná
y	souřadnice
Δ	absolutní odchylka měření (v jednotce příslušné veličiny)
δ	relativní odchylka měření (%)
ε	permitivita (Fm^{-1})
ε_0	permitivita vakua (Fm^{-1})
ρ	vzdálenost elektrody od hladiny nulového potenciálu (m)
τ	čárový náboj (C)
φ	elektrický potenciál (V)

Seznam obrázků

<i>Obr. 1 Měřicí přístroj VX0100 [7]</i>	2
<i>Obr. 2 Měření pomocí přístroje VX0100 [7]</i>	3
<i>Obr. 3 Pole dvou vodičového vedení</i>	8
<i>Obr. 4 Ztotožnění elektrické a geometrické osy</i>	9
<i>Obr. 5 Bokorys uspořádání vodič-dvě uzemněné navzájem kolmé poloroviny</i>	12
<i>Obr. 6 Znázornění zrcadlících nábojů při aplikování metody zrcadlení</i>	12
<i>Obr. 7 Uspořádání válcová elektroda a dvě uzemněné poloroviny svírající úhel 45°</i>	16
<i>Obr. 8 Znázornění výpočtu metodou zrcadlení</i>	16
<i>Obr. 9 Půdorys a bokorys válcové elektrody a zaznačené Gaussovy plochy</i>	19
<i>Obr. 10 Schéma zapojení</i>	22
<i>Obr. 11 Fotografie modelu včetně zaznačení jednotlivých bodů měření</i>	23
<i>Obr. 12 Fotografie modelu pole válce a dvou uzemněných polorovin (45°)</i>	24
<i>Obr. 13 Znázornění jednotlivých bodů měření</i>	25
<i>Obr. 14 Graf naměřených E a vypočtených E_v hodnot elektrické intenzity</i>	27
<i>Obr. 15 Grafické znázornění výpočtu rozměrů uspořádání</i>	30
<i>Obr. 16 Grafické znázornění výpočtu rozměrů uspořádání</i>	33

Seznam tabulek

Tab. 1 Přehled technických parametrů přístroje VX0100 [7]	3
Tab. 2 Velikost intenzit jednotlivých spotřebičů v referenční vzdálenosti 30 cm [6].....	4
Tab. 3 Evropské hygienické limity expozic [6]	5
Tab. 4 Naměřené hodnoty elektrické intenzity kancelářských spotřebičů v místnosti POREA215	5
Tab. 5 Naměřené hodnoty elektrické intenzity spotřebičů a zařízení v laboratoři PORE122.....	6
Tab. 6 Rozměry válcové elektrody	21
Tab. 7 Naměřené hodnoty pozadí v prostoru měření ve svislé ose	22
Tab. 8 Tabulka naměřených hodnot intenzit v jednotlivých bodech.....	23
Tab. 9 Tabulka naměřené kapacity uspořádání	23
Tab. 10 Tabulka naměřených hodnot pro válec a dvě uzemněné poloroviny (90°).....	24
Tab. 11 Tabulka naměřených hodnot pro válec a dvě uzemněné poloroviny (45°).....	24
Tab. 12 Velikost intenzity ve vzdálenostech x od válcové elektrody.....	26
Tab. 13 Naměřená E a vypočtená E_v elektrická intenzita v jednotlivých vzdálenostech x	27
Tab. 14 Porovnání odvozených vztahů pro elektrickou intenzitu s naměřenými hodnotami.....	29
Tab. 15 Porovnání naměřených hodnot kapacit s vypočtenou	29
Tab. 16 Tabulka vypočtených rozměrů uspořádání	30
Tab. 17 Porovnání naměřené a vypočtené hodnoty elektrické intenzity	32
Tab. 18 Tabulka vypočtených rozměrů uspořádání	34
Tab. 19 Porovnání naměřené a vypočtené hodnoty elektrické intenzity	36
Tab. 20 Naměřené hodnoty kontrolního měření	36
Tab. 21 Výsledky kontrolního měření.....	37

Úvod

Tato bakalářská práce se věnuje výpočtům a měřením elektrostatického pole válce a rovin. Problematika měření elektrického pole je v neschopnosti vytvoření ideálního modelu daného pole, s kterým se uvažuje při výpočtu. Dalším problémem je samotné měření, kdy samotná přítomnost měřicího přístroje v daném poli do určité míry toto pole narušuje a tím ovlivňuje výsledky měření.

První část práce se zabývá přístrojem VX0100, který měří efektivní hodnotu elektrické intenzity. Jsou zde uvedeny jeho základní technické parametry a způsoby jak s ním měřit. Primárním účelem tohoto přístroje je kontrola daného prostoru s ohledem na znečištění elektrickým polem spotřebičů a zařízení. V rámci této vlastnosti přístroje byly provedeny dvě krátká měření intenzity polí různých elektrických zařízení, jejíž výsledky jsou shrnuty v samostatném závěru.

Další část práce se věnuje metodice výpočtu jednotlivých případů elektrostatických polí válce a rovin. V úvodu této kapitoly je přehled základních vlastností a rovnic charakterizující elektrostatické pole. Problematika výpočtu pole válcové elektrody a uzemněné roviny je v samotných rozměrech uspořádání, které určují, zda je možné aplikovat zjednodušující výpočet, nebo zda tomu tak není. Dále je příklad výpočtu polí válcové elektrody a dvou uzemněných polorovin svírající úhly 90° a 45° , kde řešení vychází z obecného principu superpozice. Celou teoretickou část uzavírá princip výpočtu pole válcové elektrody.

Následujícím cílem práce bylo provedení laboratorního měření modelů zmíněných elektrostatických polí. V práci jsou uvedeny jednotlivé naměřené hodnoty v tabulkách a pro demonstraci i fotografie zobrazující provedení laboratorních modelů zmíněných polí. Tuto praktickou část práce uzavírá měření intenzity pole v různých vzdálenostech od válcové elektrody.

Poslední část práce byla věnována porovnání naměřených hodnot s odvozenými vztahy pro jednotlivé případy polí. V rámci této kapitoly byly provedeny výpočty se zahrnutím rozměrů jednotlivých uspořádání a velikosti připojeného napětí. Tato kapitola je uzavřena krátkým měřením na modelu homogenního pole, které demonstruje vliv naměřených hodnot intenzit bez a s aplikováním uzemnění přístroje VX0100.

V závěru celé práce je možné nalézt okomentování odchylek naměřených a vypočtených hodnot, vyjmenování možných nežádoucích vlivů na měření a nezohledněných faktorů v jednotlivých výpočtech.

1. Přístroj VX0100 a jeho užití k biotestu

VX0100 je přístroj sloužící k měření intenzity elektromagnetického pole. Měří efektivní hodnotu (RMS) elektrického pole, kterou udává v základních jednotkách Vm^{-1} . Tento přístroj je primárně určen pro kontrolu prostoru, který je znečištěn polem různých spotřebičů a k ověření dovolených (připustných) hodnot intenzit v rámci hygienických limitů.

Dalším využitím tohoto přístroje může být například vyhledávání kabelů pod napětím, kde může být i nápomocná zvuková signalizace, kde hlasitost signalizace je úměrná detekované velikosti intenzity měřeného pole. Přístroj měří pomocí externí antény (délka 62 mm). Naměřenou hodnotu je možné pozastavit pomocí funkce DATA HOLD. Volba rozsahu elektrické intenzity je automatická. [7]



Obr. 1 Měřicí přístroj VX0100 [7]

Tab. 1 Přehled technických parametrů přístroje VX0100 [7]

Zobrazení	Podsvětlený LC displej
Měření	Intenzita elektromagnetického pole
Rozsah	1–200 Vm ⁻¹ , 100–2000 Vm ⁻¹
Šířka pásma	5 Hz - 3 kHz (filtr dolní propusti) 3 kHz - 100 kHz (filtr horní propusti) 5 Hz - 100 kHz (bez použití filtru)
Přesnost (50/60 Hz)	± (3% z č. h. + 5 dig.)
Napájení	1 x 9 V 6LR61
Stupeň krytí	IP65
Rozměry (Š x V x H)	63,6 x 163 x 40 mm
Hmotnost	cca 200 g (s baterií)

1.1 Měření pomocí přístroje VX0100 a biotest

Při vyšetřování intenzity pole, které je generováno vertikální stěnou dle *obr. 2*, je nutné držet přístroj vodorovně s podlahou, respektive kolmo na zdroj elektromagnetického pole. Pokud by zdroj pole byl umístěn například na stropě, tak by měření opět probíhalo kolmo ke zdroji, neboli elektroda snímače (antény) by byla rovnoběžná se zdrojem.

Pro naměření správných hodnot při provádění kontroly pole daného prostoru v rámci biotestu se doporučuje provést zemnění měřicího přístroje, to je možné pomocí dotykového kontaktu na zadní straně přístroje nebo pomocí zemnicího kabelu. [7]



Obr. 2 Měření pomocí přístroje VX0100 [7]

V rámci Biotestu je nutné měřit a testovat především místa, kde se obvykle vyskytují lidé a ideálně měřit ve výšce hlavy člověka. V tomto případě je vždy nutné hledat místa s největší intenzitou, tato místa je možné hledat odečítáním hodnot z displeje přístroje nebo pomocí zvukové signalizace. [7]

Zdroje elektrického pole v domácnostech a pracovištích

Nejsilnějšími zdroji elektromagnetického pole o frekvenci 50 Hz, které je možné nalézt v domácnostech nebo na pracovištích, jsou elektromotory a elektrické spotřebiče viz *tab. 2*. Je důležité si uvědomit, že velikost intenzity nezávisí na výkonu, složitosti nebo velikosti elektrického zařízení, případně elektrického stroje, ale je určeno spíše samotnou konstrukcí daného zařízení. [6]

Televizní obrazovky a monitory počítačů

Monitory počítačů a televizní obrazovky jsou zdrojem elektrostatického, elektrického a magnetického střídavého pole různých frekvencí. Moderní monitory pracující na principu LED negenerují výrazné hodnoty polí. Generované intenzity polí jsou v úrovni běžného pozadí, kde v referenční vzdálenosti (30–50 cm) intenzita střídavého elektrického pole nepřekročí interval 1 až 10 Vm^{-1} . [6]

Tab. 2 Velikost intenzit jednotlivých spotřebičů v referenční vzdálenosti 30 cm [6]

Elektrický spotřebič	$E (\text{Vm}^{-1})$
stereofonní přijímač	180
žehlička	120
lednička	120
mixér	100
barevný televizor	60
kávovar	60
vysavač	50
elektrická trouba	8
žárovka	5
LCD monitor	1–10
hygienický limit	5000

Tab. 3 Evropské hygienické limity expozic [6]

Zdroj	Evropská síťová frekvence		Frekvence základních stanic mobilních telefonů		Frekvence mikrovlnných trub
Frekvence	50 Hz	50 Hz	900 MHz	1,8 GHz	2,45 GHz
Sledované hodnoty	elektrické pole (Vm^{-1})	magnetické pole (μT)	výkonová hustota (Wm^{-2})	výkonová hustota (Wm^{-2})	výkonová hustota (Wm^{-2})
Limitní hodnoty expozice ostatních osob	5000	100	4,5	9	10
Limitní hodnoty expozice zaměstnanců	10 000	500	22,5	45	-

1.2 Zkušební měření znečištění prostoru elektrickým polem jednotlivých spotřebičů

Součástí této kapitoly byly provedeny dvě krátká měření, která mají za cíl ověřit intenzity polí okolo jednotlivých elektrických zařízení a spotřebičů a provést tak jednoduchou úlohu biotestu. Jednotlivé naměřené hodnoty byly měřeny v referenční vzdálenosti 30 cm.

Tab. 4 Naměřené hodnoty elektrické intenzity kancelářských spotřebičů v místnosti POREA215

Spotřebič	$E (\text{Vm}^{-1})$
Počítač	5–7
LED monitor	2–3,5
Zářivky	4–4,5
Topení (klimatizace)	30–40

Tab. 5 Naměřené hodnoty elektrické intenzity spotřebičů a zařízení v laboratoři PORE122

Spotřebič	$E \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$
Počítač č. 1	2–3,5
Počítač č. 2 (vypnutý)	26–29
Monitor	3,8–5
Tři zářivky	7,7
	9,1
	7,4
Zásuvka	85–110

1.3 Závěr zkušebního měření

Cílem prvního bodu bakalářské práce bylo seznámit se s měřicím přístrojem VX0100 a vyzkoušet si jeho užití ke kontrole znečištění daného prostoru elektrickým polem různých zařízení, případně spotřebičů. Za tímto účelem byla provedena dvě zkušební měření a to ve dvou rozdílných místnostech v areálu VŠB.

První měření proběhlo v kancelářské místnosti POREA215. Z naměřených hodnot (*tab. 4*) je možné konstatovat, že všechny měřené spotřebiče a zařízení vykazují normální hodnoty elektrické intenzity (ty, které je možné porovnat s uvedenými hodnotami v *tab. 2*). Největší hodnota intenzity byla naměřena u elektrického topení/klimatizace (40 Vm^{-1}). Samotná hodnota není nijak závratná a při uvažování vzdálenosti od místa pracovní plochy, která je větší jak jeden metr, je možné toto znečištění zcela zanedbat, protože v této vzdálenosti se již intenzita pohybovala na úrovni pozadí místnosti $1\text{--}2,5 \text{ Vm}^{-1}$.

Druhé měření bylo uskutečněno v laboratoři PORE122. Zde na první pohled je zářející hodnota elektrické intenzity okolo vypnutého počítače ($26\text{--}29 \text{ Vm}^{-1}$) viz *tab. 5*, kde by se hodnota elektrické intenzity měla pohybovat na úrovni pozadí. Dalším zkoumáním okolí tohoto místa měření se zjistilo, že hodnota pozadí je v úrovni právě této hodnoty. Příčinou zvýšené hodnoty pozadí mohl být příspěvek intenzity od nedaleké měřené zásuvky ($85\text{--}110 \text{ Vm}^{-1}$) případně i z vedlejší laboratoře.

V rámci zhodnocení obou měření je možné říci, že nebyla naměřena žádná enormní hodnota intenzity a pochopitelně nebyl ani překročen hygienický limit dle *tab. 3*. Dále je možné z naměřených hodnot pozorovat, že elektrická intenzita okolo moderních monitorů a počítačů se pohybuje v úrovni běžné hodnoty pozadí, a že rovněž zářivky nejsou zdroji významných hodnot elektrické intenzity.

Závěrem je nutné konstatovat, že měření hodnot elektrické intenzity okolo jednotlivých spotřebičů v reálných místnostech je značně problematické, protože každá naměřená hodnota je zatížena chybou, která bývá způsobena přispíváním hodnotami polí od jiných spotřebičů a elektrických zařízení, které jsou současně v chodu, a proto se v praxi měří hodnota elektrické intenzity v konkrétním místě (například kancelářské křeslo), kde se měří nejvyšší hodnota elektrické intenzity v předpokládané úrovni hlavy a ta se porovnává s hygienickými limity.

2. Elektrostatické pole

2.1 Základní vlastnosti

Elektrostatické pole je nevírové a zřídlové a je speciálním případem elektromagnetického pole, kdy elektrické náboje nemění svou polohu ani velikost. Vznik takového pole je tedy možný pouze v okolí částice, jež nese elektrický náboj a prostředí, ve kterém se tato částice s elektrickým nábojem nachází, musí být nevodivé, jelikož vodivé prostředí by mělo za následek pohybu těchto částic a tedy vznik stejnosměrného proudu. [1], [2], [4]

Intenzita elektrického pole

Elektrická intenzita je definována jako síla, která působí na jednotkový kladný náboj Q a jednotkou elektrické intenzity je Vm^{-1} . [1]

$$E = \frac{F}{Q} \quad (1)$$

2.2 Rovnice elektrostatického pole

Níže uvedené vztahy byly převzaty z [4]:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\text{rot grad } \varphi = 0 \quad (2)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (3)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \cdot \mathbf{E} \quad (4)$$

2.3 Gaussova věta

Elektrický indukční tok libovolnou vně orientovanou uzavřenou plochou S je roven celkovému volnému náboji v prostorové oblasti V ohraničené plochou S . [2], [4]

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho \cdot dV \quad (5)$$

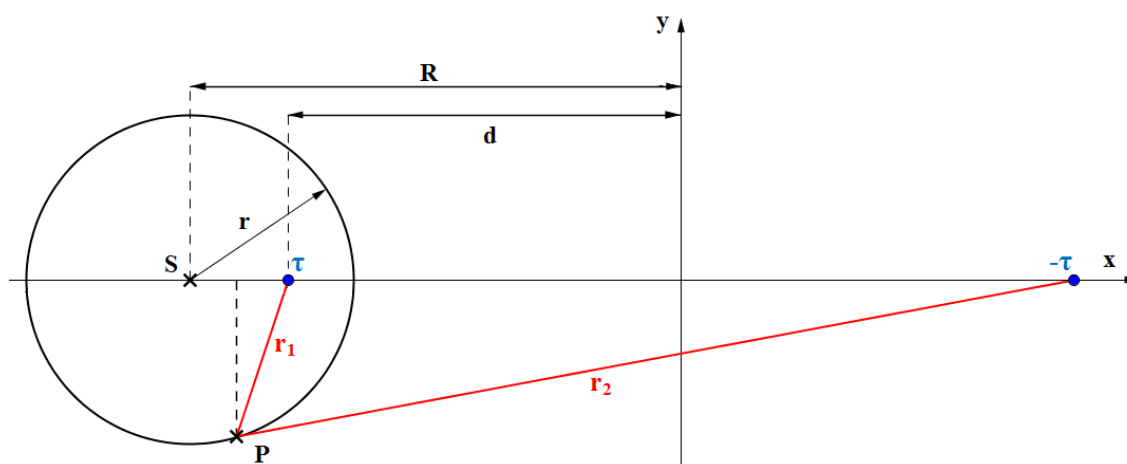
3. Řešení elektrostatického pole válce a rovin

3.1 Pole válcové elektrody a uzemněné roviny

Na celou úlohu je možno pohlížet ze dvou různých úhlů a to zda je, nebo není možné ztotožnit geometrickou a elektrickou osu, kde je soustředěn elektrický náboj, respektive zda je, nebo není možné tento náboj uvažovat v geometrické ose válce.

3.1.1 Přesná metoda vycházející z Apolionových kružnic

Vychází z pole čárového náboje (tenké vodiče s náboji τ a $-\tau$). Neuvažuje se vliv země. Princip výpočtu a vzorce byly převzaty z [4].



Obr. 3 Pole dvouvodičového vedení

Tato metoda vychází z předpokladu, že není možné při výpočtu ztotožnit geometrickou a elektrickou osu, kde je soustředěn elektrický náboj. Tento případ nastane, pokud poloměr válce není mnohonásobně menší než vzdálenost mezi obrazovým a zrcadlícím nábojem.

Pro elektrickou intenzitu na spojnici středů platí

$$E_x = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \left(\frac{1}{d-x} + \frac{1}{d+x} \right) \quad (6)$$

Pro vzdálenost elektrického náboje od osy y platí

$$d = \sqrt{R^2 - r^2}$$

Úpravou vzorce (6) a dosazením za čárový náboj vztah pro napětí, je výsledný tvar elektrické intenzity v místě x roven

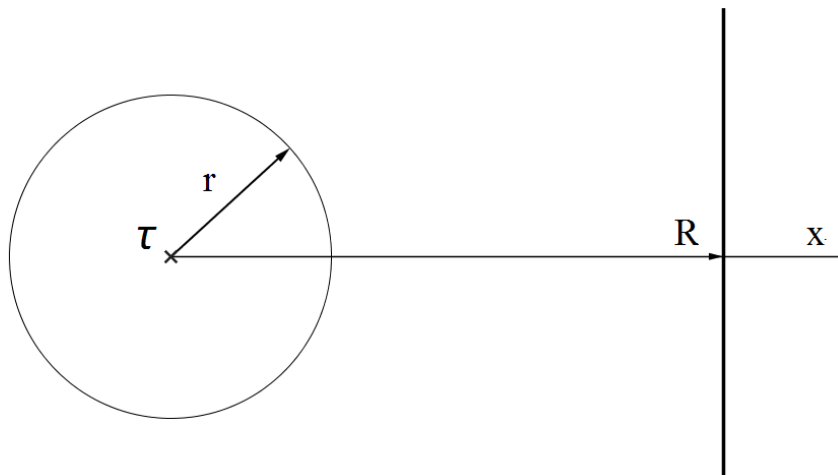
$$E_x = \frac{U \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2} - (R - x)} + \frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2} + (R - x)} \right)}{\ln \left(\frac{R}{r} + \sqrt{\frac{R^2}{r^2} - 1} \right)} \quad (7)$$

Vzorec pro maximální hodnotu elektrické intenzity pro konkrétní hodnotu napětí je možné vyjádřit jednoduchou úpravou rovnice (7). Zmíněná úprava vychází z předpokladu, že maximální intenzita bude právě ve vzdálenosti r (na povrchu válcové elektrody)

$$E_m = \frac{U \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2} - (R - r)} + \frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2} + (R - r)} \right)}{\ln \left(\frac{R}{r} + \sqrt{\frac{R^2}{r^2} - 1} \right)} \quad (8)$$

3.1.2 Zjednodušená metoda ztotožňující elektrickou a geometrickou osu

Princip výpočtu a závěry vychází z [5].



Obr. 4 Ztotožnění elektrické a geometrické osy

Pokud je poloměr válcových elektrod (vzorové a obrazové) malý v porovnání se vzdálenostmi mezi nimi, je možné elektrickou a geometrickou osu válce ztotožnit. Výsledná intenzita pole na spojnicí nábojů (vzorového a obrazového) bude v dané vzdálenosti x rovna příspěvku elektrické intenzity od obou těchto nábojů

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2R-x} \right) \quad (9)$$

Pro napětí platí

$$U = \int_r^R E \cdot dx = \int_r^R \frac{\tau}{2\pi\epsilon} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2R-x} \right) dx$$

Po vytknutí konstant před integrál a následném upravení

$$U = \frac{\tau}{2\pi\epsilon} \cdot \int_r^R \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2R-x} \right) dx$$

Po integraci a dosazení horní a dolní meze určitého integrálu a posléze aplikováním pravidla pro rozdíl přirozených integrálů

$$U = \frac{\tau}{2\pi\epsilon} \cdot \left[\ln \left(\frac{R}{2R-R} \right) - \ln \left(\frac{r}{2R-r} \right) \right] = \frac{\tau}{2\pi\epsilon} \cdot \left[\ln \left(\frac{R}{2R-R} \cdot \frac{2R-r}{r} \right) \right]$$

Výsledná hodnota napětí je rovna

$$U = \frac{\tau}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left(\frac{2R-r}{r} \right) \quad (10)$$

V případě potřeby vyjádření vztahu elektrické intenzity v různé vzdálenosti x v závislosti na velikosti napětí je možné vycházet z rovnice pro napětí (10), do které se dosadí za elektrický náboj (čárový) rovnice (9)

$$U = \frac{\frac{E \cdot 2\pi \cdot \epsilon}{\frac{1}{x} + \frac{1}{2R-x}}}{2\pi \cdot \epsilon} \cdot \ln \left(\frac{2R-r}{r} \right)$$

Pro výslednou hodnotu elektrické intenzity v místě x v závislosti na velikosti napětí platí

$$E_x = \frac{U}{\ln\left(\frac{2R-r}{r}\right)} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2R-x}\right) \quad (11)$$

Opět lze rovnici (11) upravit pro vyjádření maximální hodnoty elektrické intenzity tak, kdy se vychází z faktu, že maximální hodnota elektrické intenzity bude na povrchu válcové elektrody, respektive právě ve vzdálenosti r a to pochopitelně na ose x viz *obr. 4*

$$E_m = \frac{U}{\ln\left(\frac{2R-r}{r}\right)} \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2R-r}\right) \quad (12)$$

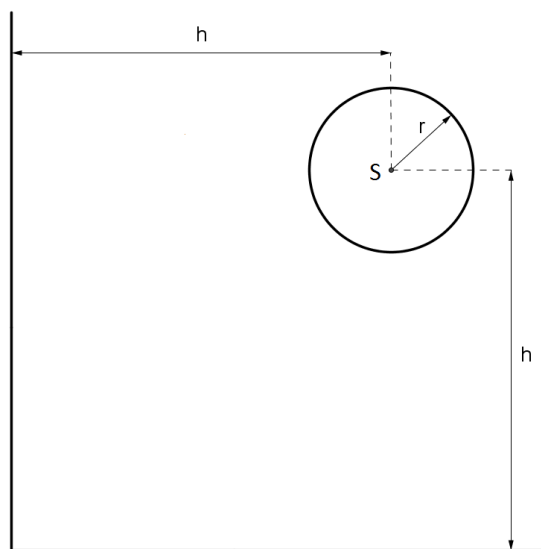
Pro kapacitu uspořádání platí [4]

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot h}{\ln\left(\frac{2R}{r}\right)} \quad (13)$$

kde h je délka válcové elektrody.

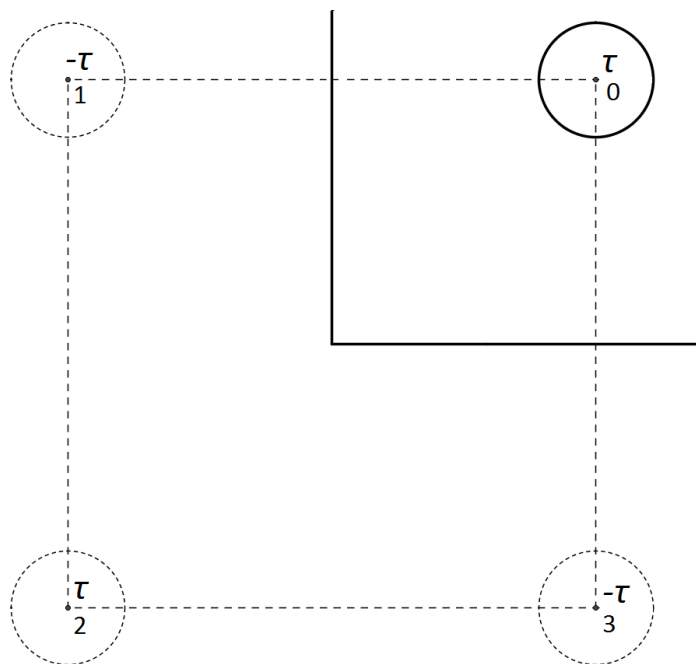
3.2 Pole válcové elektrody a dvou uzemněných polorovin (úhel 90°)

Tato úloha je rozšířením předešlé kapitoly: *Pole válcové elektrody a uzemněné roviny* a princip výpočtu vychází z [5]



Obr. 5 Bokorys uspořádání vodič-dvě uzemněné navzájem kolmé poloroviny

Celý výpočet bude vycházet opět z metody zrcadlení, kdy uzemněné poloroviny se nahradí opačným nábojem $-\tau$ a zde je navíc potřeba zahrnout středově souměrný náboj č. 2 stejné polaroty jako náboj vzorový č. 0. [5]



Obr. 6 Znáznornění zrcadlicích nábojů při aplikování metody zrcadlení

3.2.1 Výpočet maximální hodnoty elektrické intenzity v daném poli

Pro zjednodušení výpočtu bude předpokládáno, že válcová elektroda je od obou uzemněných polorovin ve vzdálenosti h . Čárový náboj τ bude uvažován v ose válcové elektrody. Maximální hodnota intenzity bude na povrchu válcové elektrody na spojnici vzorového náboje č. 0 a obrazového náboje č. 2. [5]

Jednotlivé velikosti vektorů elektrické intenzity od jednotlivých nábojů jsou rovny

$$E_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}$$

$$E_1 = E_3 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{2h}$$

$$E_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{2h \cdot \sqrt{2}}$$

A výsledná intenzita bude rovna, při aplikování principu superpozice, vektorovému součtu jednotlivých dílčích vektorů

$$E_m = \sum E = E_0 + E_1 + E_3 - E_2$$

Po dosazení konkrétních velikostí příspěvků elektrické intenzity od jednotlivých nábojů je možné tuto rovnici upravit do tvaru

$$E_m = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r} + \sqrt{\left(\frac{1}{2h}\right)^2 + \left(\frac{1}{2h}\right)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2} \cdot h} \right) = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r} + \sqrt{\frac{2}{4h^2}} - \frac{1}{2\sqrt{2} \cdot h} \right)$$

Výsledná hodnota elektrické intenzity je rovna

$$E_m = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{\sqrt{2}}{4h} \right) \quad (14)$$

Potenciál na povrchu válcové elektrody bude roven příspěvku potenciálů jednotlivých nábojů. Výsledný tvar vzorce elektrického potenciálu na povrchu elektrody je roven [5]

$$\varphi = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{2} \cdot h}{r}\right) \quad (15)$$

Kapacita uspořádání je dána podílem čárového náboje a celkovému elektrickému potenciálu na povrchu válcové elektrody [5]

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\tau}{\varphi}$$

Po dosazení rovnice pro elektrický potenciál (15) a následné úpravě je výsledný tvar vzorce pro kapacitu uspořádání roven

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{\sqrt{2} \cdot h}{r}\right)} \quad (16)$$

3.2.2 Výpočet maximální hodnoty elektrické intenzity v ose y

Princip výpočtu zůstane naprosto stejný, jen je nutné vypočítat výslednou velikost vektoru elektrické intenzity v žádané ose, v tomto případě v ose y.

Výsledná intenzita bude opět rovna vektorovému součtu jednotlivých složek

$$E_m = \sum E = E_0 + E_3 - E_2'$$

Vektor E_2' představuje velikost příspěvku elektrické intenzity od náboje č. 2, přepočteného do potřebné osy y

$$E_2' = E_2 \cdot \sin(45^\circ)$$

Po dosazení jednotlivých příspěvků elektrické intenzity a vytknutí

$$E_m = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{2 \cdot h} - \frac{1}{2 \cdot h \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin(45^\circ) \right]$$

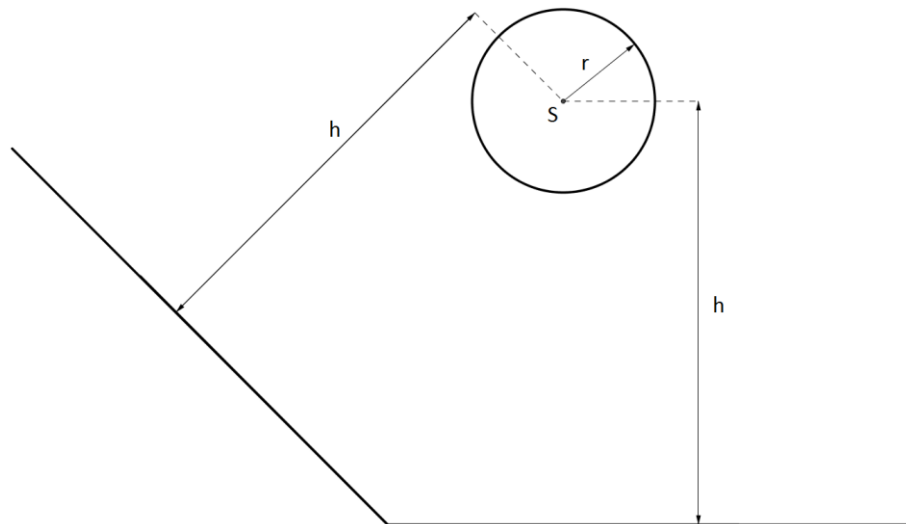
Po úpravě je možno vyjádřit finální vztah elektrické intenzity na povrchu válcové elektrody v ose y

$$E_m = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{4 \cdot h} \right] \quad (17)$$

Podobným způsobem je možné vyjádřit vztah pro libovolný bod v daném prostoru, ale vyjádření obecného vztahu by bylo v důsledku výpočtu založeného na principu superpozice velmi obtížné, protože se pro libovolný bod v prostoru mění velikost příspěvku od jednotlivých nábojů v důsledku změny úhlu mezi přispívajícími náboji a měřeným bodem.

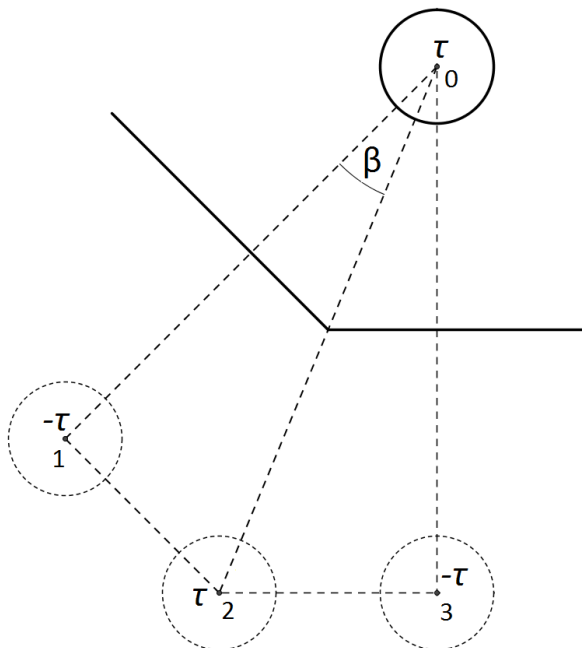
3.3 Pole válcové elektrody a dvou uzemněných polorovin (úhel 45°)

Nekonečně dlouhý přímý vodič (bude používán pojem válcová elektroda) kruhového průřezu o poloměru r je rovnoběžný se dvěma nekonečně dlouhými uzemněnými vodivými polorovinami. Obě uzemněné poloroviny jsou ve stejné vzdálenosti h od středu válce, kde $h \gg r$.



Obr. 7 Uspořádání válcová elektroda a dvě uzemněné poloroviny svírající úhel 45°

Opět tato úloha je pouze složitější verzí předešlé úlohy: *Pole válcové elektrody a dvou uzemněných polorovin (úhel 90°)*. Celý výpočet bude vycházet opět z metody zrcadlení, kdy obě uzemněné poloroviny je potřeba nahradit opačným nábojem $-\tau$ a tedy nábojem č. 1 a 3 a zde je opět zapotřebí zahrnout středově souměrný náboj č. 2 stejné polarity jako náboj vzorový č. 0. [5]



Obr. 8 Znáznornění výpočtu metodou zrcadlení

3.3.1 Výpočet maximální hodnoty elektrické intenzity v ose y

Výsledná intenzita bude opět rovna vektorovému součtu jednotlivých dílčích příspěvků od jednotlivých nábojů

$$E_m = \sum E = E_0 + E_3 + E'_1 - E'_2$$

Vektor E'_1 představuje velikost příspěvku elektrické intenzity od náboje č. 1, přepočteného do potřebné osy

$$E'_1 = E_1 \cdot \sin(\omega)$$

Úhel ω je možno vyjádřit ve tvaru

$$\omega = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

Obdobně lze definovat příspěvek od náboje č. 2

$$E'_2 = E_2 \cdot \sin(\alpha)$$

Úhel α je možno vyjádřit ve tvaru

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - \frac{45^\circ}{2} = 67,5^\circ$$

Po dosazení jednotlivých příspěvků elektrické intenzity a vytknutí

$$E_m = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{2 \cdot h} + \frac{1}{2 \cdot h} \cdot \sin(45^\circ) - \frac{1}{\frac{2 \cdot h}{\cos(\beta)}} \cdot \sin(67,5^\circ) \right]$$

kde pro úhel β platí

$$\beta = \frac{90^\circ - 45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

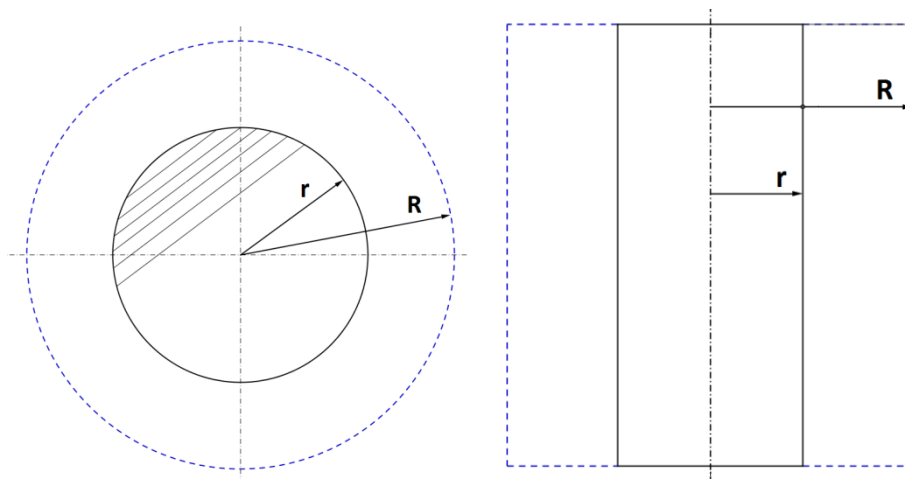
Po dosazení a úpravě je výsledný vztah pro elektrickou intenzitu roven

$$E_m = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{2 \cdot h} + \frac{\sqrt{2}}{4 \cdot h} - \frac{\cos(22,5^\circ)}{2 \cdot h} \cdot \sin(67,5^\circ) \right] \quad (18)$$

Opět platí to samé, co bylo zmíněno v minulé kapitole *Pole válcové elektrody a dvou uzemněných polorovin (úhel 90°)*, kde podobným způsobem je možné vyjádřit vztah pro libovolný bod v daném prostoru.

4. Pole válcové elektrody

Při řešení tohoto případu elektrostatického pole se vycházelo z [3].



Obr. 9 Půdorys a bokorys válcové elektrody a zaznačené Gaussovy plochy

Vlastnosti daného pole [3]:

- Náboj bude rozložen v celém válci (válcové elektrodě) rovnoměrně
- Vektory elektrické intenzity \mathbf{E} budou vždy kolmé k povrchu stěny (pláště) válce a rovnoběžné s podstavami
- Vektory elektrické intenzity \mathbf{E} budou vždy vycházet ze zvolené Gaussovy plochy (v tomto případě se jedná o soustředný válec s poloměrem R)
- Velikost vektoru elektrické intenzity \mathbf{E} bude záviset na vzdálenosti R , čili vzdálenosti od osy válcové elektrody

Při řešení dané úlohy je nutné si uvědomit, že pole válcové elektrody se skládá v podstatě ze dvou řešení, protože válec se skládá ze stěny (pláště) a podstav. Tento fakt nevede k ztížení dané problematiky, neboť pole podstav je možné zanedbat, protože vektory elektrické intenzity \mathbf{E} jsou právě rovnoběžné s podstavami válce, jak bylo zmíněno výše ve vlastnostech tohoto pole.

Aplikování Gaussovy věty:

Celé řešení bude vycházet z Gaussovy věty (5). Za předpokladu, že velikost vektoru elektrické intenzity \mathbf{E} bude v naprosto všech místech Gaussovy plochy nabývat vždy stejné hodnoty, a že tento vektor bude vždy kolmý na tuto plochu, je možné zobecnit Gaussovu větu do tvaru

$$D = \frac{Q}{S} = E \cdot \epsilon \quad (19)$$

Při zohlednění geometrického tvaru aplikované Gaussovy plochy, kterou tvoří soustředný válec, je možné dosadit za obsah válce

$$\frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot h} = E \cdot \varepsilon$$

Úpravou tohoto vzorce je možné vyjádřit výsledný tvar elektrické intenzity válcové elektrody v závislosti na vzdálenosti R

$$E = \frac{Q}{\varepsilon \cdot 2 \cdot \pi \cdot h} \cdot R^{-1} \quad (20)$$

5. Měření polí válcových elektrod a uzemněných rovin

5.1 Rozměry a parametry jednotlivých prvků obvodu

Uzemněná rovina: rozměry 530 mm x 370 mm

Napětí obvodu měřené různými přístroji:

$$U = 235 \text{ V (DU20)}$$





$$U = 242 \text{ V (Metex)}$$

Tab. 6 Rozměry válcové elektrody

poloměr r (cm)	3,2
délka h (cm)	56
materiál	hliník - Al

Vzdálenost osy válcové elektrody od uzemněné roviny: $R = 39,45 \text{ cm}$

Měřicí přístroje:

DU20:     v.č. 30500567/0 ; $R_i = 16 \text{ k}\Omega/\text{V}$

Metex: přesnost (0,8% + 3D)

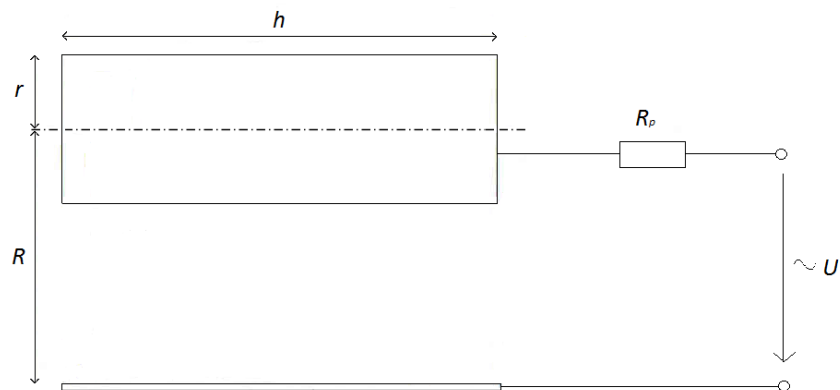
TEPCEL LCR612

Určení velikosti předřadného odporu R_p s ohledem na bezpečnost měření:

Při výpočtu se bude uvažovat nejvyšší naměřená hodnota napětí 242 V a jako bezpečný střídavý proud se bude volit 1 mA

$$R_p = \frac{U}{I} = \frac{242}{10^{-3}} = 242 \text{ k}\Omega$$

Pro měření byl použit předřadný odpor: $R_p = 56 \text{ k}\Omega$.



Obr. 10 Schéma zapojení

5.2 Stanovení hodnoty pozadí v prostoru měření

Před samotným měřením bylo provedeno stanovení hodnoty pozadí v místě a v ose měření, aby bylo možné při vyhodnocování měření minimalizovat nežádoucí příspěvek intenzity od jiných zařízení a docílit tak větší přesnosti měření.

Tab. 7 Naměřené hodnoty pozadí v prostoru měření ve svislé ose

Číslo měření	$E_p \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$
1.	20,3
2.	18,4
3.	11,6
4.	15,1

Stanovení střední hodnoty elektrického pozadí ve svislé ose

$$\bar{E}_p = \frac{\sum_{j=1}^n E_{pj}}{n} = \frac{20,3 + 18,4 + 11,6 + 15,1}{4} = 16,35 \text{ Vm}^{-1}$$

5.3 Uspořádání válec a uzemněná rovina



Obr. 11 Fotografie modelu včetně zaznačení jednotlivých bodů měření

Tab. 8 Tabulka naměřených hodnot intenzit v jednotlivých bodech

Číslo měření	$E_A \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E_B \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E_C \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$
1.	395	447	432
2.	392	443	435

Tab. 9 Tabulka naměřené kapacity uspořádání

C_1 pro 120 Hz	12 pF
C_2 pro 1 kHz	9,5 pF

5.4 Uspořádání válec a dvě uzemněné poloviny svírající úhel 90°

Tab. 10 Tabulka naměřených hodnot pro válec a dvě uzemněné poloviny (90°)

Číslo měření	$E_A \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E_B \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E_C \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$
1.	372	412	409
2.	371	416	412

5.5 Uspořádání válec a dvě uzemněné poloviny svírající úhel 45°



Obr. 12 Fotografie modelu pole válce a dvou uzemněných polovin (45°)

Tab. 11 Tabulka naměřených hodnot pro válec a dvě uzemněné poloviny (45°)

Číslo měření	$E_A \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E_B \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E_C \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$
1.	390	446	420
2.	379	434	414

5.6 Měření pole válcové elektrody

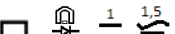
Tato úloha sloužila jako zkušební měření, díky které se ověřovalo, zda nastavené napětí obvodu odpovídá rozsahu měřicího přístroje VX0100.

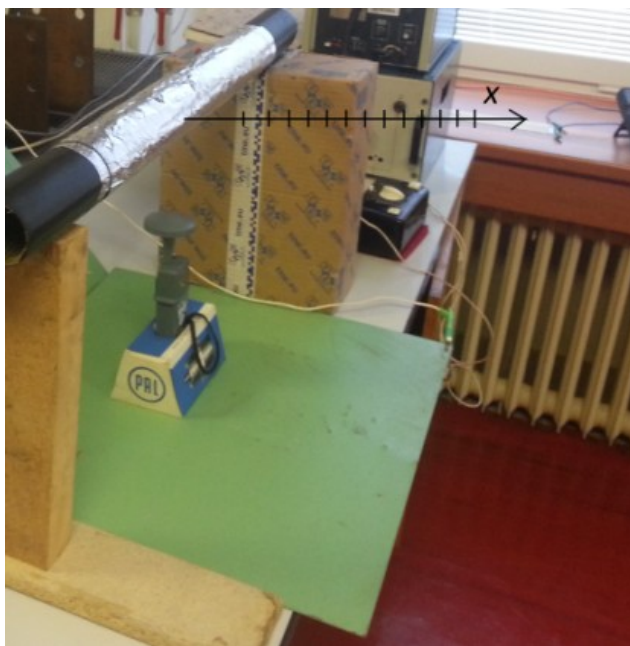
Rozměry a parametry jednotlivých prvků obvodu:

Válcová elektroda: Rozměry zůstali stejné jako v předešlém měření *tab. 6*.

Napětí obvodu: $U = 235 \text{ V}$

Měřicí přístroje:

DU20:  v.č. 30500567/0 ; $R_i = 16 \text{ k}\Omega/\text{V}$



Obr. 13 Znáznornění jednotlivých bodů měření

Tab. 12 Velikost intenzity ve vzdálenostech x od válcové elektrody

x (cm)	E (Vm ⁻¹)
4	1050
5	899
6	802
8	672
10	579
20	350
30	235

Velikosti intenzity ve vzdálenosti R v závislosti na velikosti napětí U vychází z koaxiálního uspořádání, respektive z válcového uspořádání [5]

$$E = \frac{U}{R \cdot \ln\left(\frac{\rho}{r}\right)} \quad (21)$$

kde ρ je vzdálenost elektrody od hladiny nulového potenciálu.

Z naměřené hodnoty elektrické intenzity ve vzdálenosti $x = 4$ cm byla určena vzdálenost válcové elektrody od hladiny nulového potenciálu dle vzorce (21)

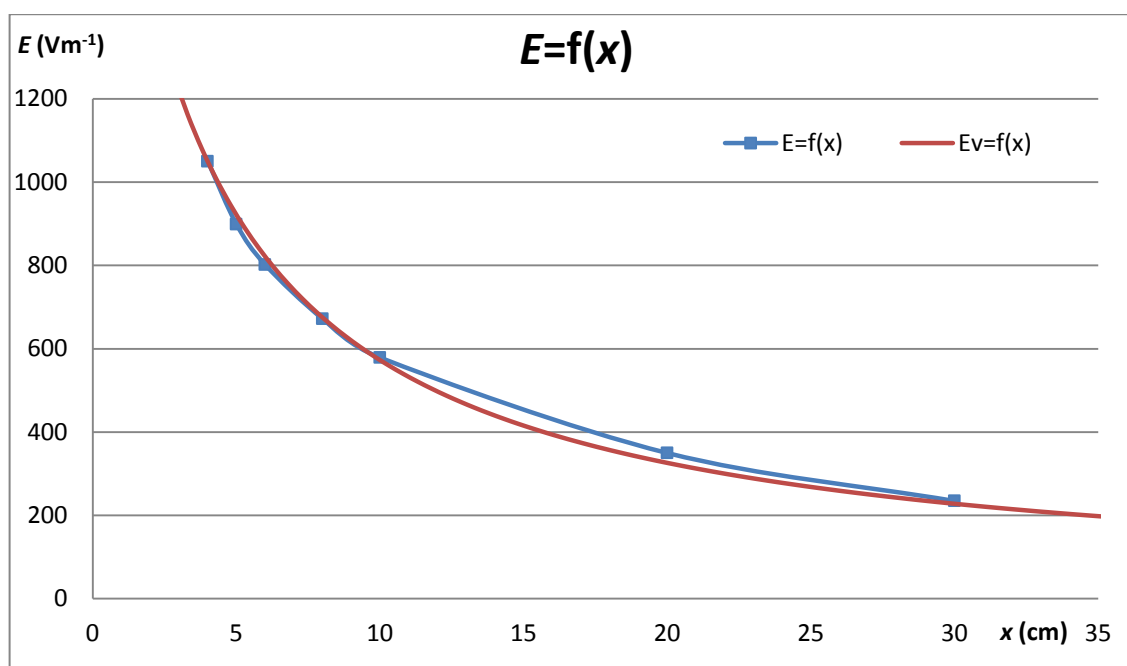
$$\rho \doteq 0,72 \text{ m}$$

Velikost elektrické intenzity ve vzdálenosti 4 cm od válcové elektrody je rovna dle vzorce (21), kde je nutné započítat i poloměr válcové elektrody ($R = x + r$)

$$E_v = \frac{U}{R \cdot \ln\left(\frac{\rho}{r}\right)} = \frac{235}{(0,032 + 0,04) \cdot \ln\left(\frac{0,72}{0,032}\right)} = 1050 \text{ Vm}^{-1}$$

Tab. 13 Naměřená E a vypočtená E_v elektrická intenzita v jednotlivých vzdálenostech x

x (cm)	E (Vm ⁻¹)	E_v (Vm ⁻¹)	$ \Delta $ (Vm ⁻¹)	δ (%)
4	1050	1050	0	0
5	899	922	23	2,56
6	802	821,8	19,8	2,47
8	672	675	3	0,45
10	579	572,7	6,3	1,09
20	350	325,9	24,1	6,89
30	235	227,7	7,3	3,11



Obr. 14 Graf naměřených E a vypočtených E_v hodnot elektrické intenzity

6. Porovnání odvozených vztahů s naměřenými hodnotami

Při porovnávání naměřených a vypočtených hodnot se bude vycházet z níže uvedených vztahů (vztahy pro výpočet odchylky měření elektrické intenzity).

Absolutní odchylka měření (rozdíl průměru naměřených hodnot a hodnoty vypočtené, respektive skutečné)

$$|\Delta| = \bar{E} - E \text{ (Vm}^{-1}\text{)} \quad (22)$$

Relativní odchylka měření je dána vztahem

$$\delta = \frac{|\Delta|}{\bar{E}} \cdot 100 \text{ (\%)} \quad (23)$$

Výše uvedené vztahy byly převzaty z [8].

6.1 Pole válcové elektrody a uzemněné roviny

Zprůměrování naměřených hodnot

$$\bar{E}_B = \frac{\sum_{j=1}^n E_j}{n} = \frac{E_{B1} + E_{B2}}{2} = \frac{447 + 443}{2} = 445 \text{ Vm}^{-1}$$

6.1.1 Přesná metoda vycházející z Apolionových kružnic

Po dosazení do rovnice (7) a následném výpočtu je velikost intenzity v měřené vzdálenosti 12,75 cm rovna ($x = 15,95$ cm od válcové elektrody včetně započtení poloměru elektrody 3,2 cm)

$$E = \frac{235 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{0,3945^2 - 0,032^2} - (0,3945 - 0,1595)} + \frac{1}{\sqrt{0,3945^2 - 0,032^2} + (0,3945 - 0,1595)} \right)}{\ln \left(\frac{0,3945}{0,032} + \sqrt{\frac{0,3945^2}{0,032^2} - 1} \right)} = 580,5 \text{ Vm}^{-1}$$

6.1.2 Zjednodušená metoda ztotožňující elektrickou a geometrickou osu

Dosazením do vztahu (11) je možné stanovit velikost elektrické intenzity ve vzdálenosti 12,75 cm ($x = 15,95$ cm od válcové elektrody včetně započtení poloměru elektrody 3,2 cm) pomocí zjednodušující metody výpočtu

$$E = \frac{235}{\ln\left(\frac{2 \cdot 0,3945 - 0,032}{0,032}\right)} \cdot \left(\frac{1}{0,1595} + \frac{1}{2 \cdot 0,3945 - 0,1595}\right) = 583,7 \text{ Vm}^{-1}$$

Tab. 14 Porovnání odvozených vztahů pro elektrickou intenzitu s naměřenými hodnotami

Průměr naměřených hodnot	Přesná metoda vycházející z Apolionových kružnic		Zjednodušená metoda ztotožňující elektrickou a geometrickou osu	
$\bar{E}_B \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$\delta \text{ (\%)}$	$E \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$\delta \text{ (\%)}$
445	580,5	30,45	583,7	31,17

Kapacita uspořádání se vypočte ze vzorce (13)

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot h}{\ln\left(\frac{2 \cdot R}{r}\right)} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,56}{\ln\left(\frac{2 \cdot 0,3945}{0,032}\right)} = 9,7 \text{ pF}$$

Tab. 15 Porovnání naměřených hodnot kapacit s vypočtenou

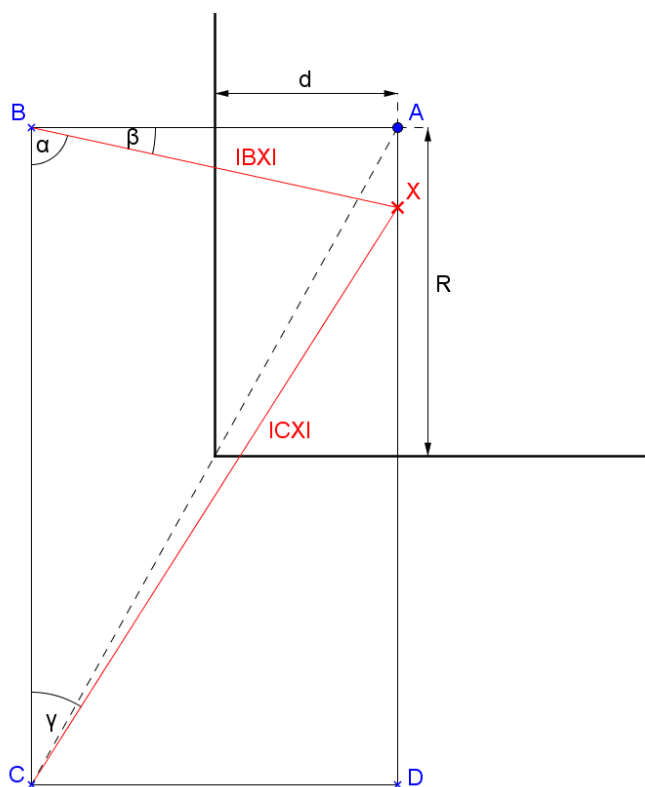
Naměřeno		Vypočteno		
		$C \text{ (pF)}$	$ \Delta \text{ (pF)}$	$\delta \text{ (\%)}$
$C_{120\text{Hz}} \text{ (pF)}$	12	9,7	2,3	19,2
$C_{1\text{kHz}} \text{ (pF)}$	9,5		0,2	1,7

6.2 Uspořádání válec a dvě uzemněné poloroviny svírající úhel 90°

Intenzita pole byla měřena ve výšce 23,5 cm nad uzemněnou rovinou (v bodě X). Bod A reprezentuje vzorový náboj č. 0 a body B, C a D značí zrcadlové náboje 1, 2 a č. 3 přesně dle *obr. 6*.

$$d \doteq 18,5 \text{ cm}$$

$$R \doteq 39,45 \text{ cm}$$



Obr. 15 Grafické znázornění výpočtu rozměrů uspořádání

Tab. 16 Tabulka vypočtených rozměrů uspořádání

E_0		E_1	
AX	15,95 cm	BA	0,37 m
E_3		BX	40,3 cm
DX	62,95 cm	β	23,3°
E_2		α	66,7°
CX	73,02 cm		
γ	30,4°		

Výpočet nebyl do práce vložen, protože byl příliš dlouhý a pro pochopení nepodstatný, kde klíčem k pochopení je obrázek *obr. 15*, který princip výpočtu jednotlivých rozměrů demonstruje. Jedná se pouze o jednoduché výpočty, které vychází z obecné teorie planimetrie.

Jednotlivé velikosti vektorů elektrické intenzity od jednotlivých nábojů jsou rovny

$$E_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{|AX|}$$

$$E_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{|BX|}$$

$$E_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{|CX|}$$

$$E_3 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{|DX|}$$

A výsledná intenzita bude rovna, při aplikování principu superpozice, vektorovému součtu jednotlivých dílčích vektorů

$$E = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{|AX|} + \frac{1}{|DX|} - \frac{1}{|BX|} \cdot \cos(\alpha) - \frac{1}{|CX|} \cdot \cos(\gamma) \right]$$

kde členy $\cos(\alpha)$ a $\cos(\gamma)$ přepočítávají velikost vektoru do měřené osy.

Elektrický potenciál na povrchu válcové elektrody je roven

$$\varphi = \sum \varphi = \varphi_0 - \varphi_1 - \varphi_3 + \varphi_2$$

$$\varphi = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{r}\right) - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{|BA|^2 + r^2}}\right) - \ln\left(\frac{1}{2 \cdot R - r}\right) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{(2 \cdot d)^2 + (2 \cdot R - r)^2}}\right) \right]$$

Zprůměrování naměřených hodnot

$$\bar{E}_B = \frac{\sum_{j=1}^n E_j}{n} = \frac{E_{B1} + E_{B2}}{2} = \frac{412 + 416}{2} = 414 \text{ Vm}^{-1}$$

Dosazením vzorce pro potenciál na povrchu válcové elektrody do vzorce elektrické intenzity je možné vyjádřit výsledný vzorec pro velikost elektrické intenzity v závislosti na velikosti napětí U

$$E = \frac{U \cdot \left[\frac{1}{|AX|} + \frac{1}{|DX|} - \frac{1}{|BX|} \cdot \cos(\alpha) - \frac{1}{|CX|} \cdot \cos(\gamma) \right]}{\left[\ln\left(\frac{1}{r}\right) - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{|BA|^2 + r^2}}\right) - \ln\left(\frac{1}{2 \cdot R - r}\right) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{(2d)^2 + (2R - r)^2}}\right) \right]}$$

Dosazením vypočtených rozměrů modelu pole z *tab. 16*

$$E = \frac{235 \cdot \left[\frac{1}{0,1595} + \frac{1}{0,6295} - \frac{1}{0,403} \cdot \cos(66,7^\circ) - \frac{1}{0,73} \cdot \cos(30,4^\circ) \right]}{\left[\ln\left(\frac{1}{0,032}\right) - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{0,37^2 + 0,032^2}}\right) - \ln\left(\frac{1}{2 \cdot 0,3945 - 0,032}\right) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{(2 \cdot 0,185)^2 + (2 \cdot 0,3945 - 0,032)^2}}\right) \right]}$$

Výsledná velikost elektrické intenzity je rovna

$$E = 570,9 \text{ Vm}^{-1}$$

Tab. 17 Porovnání naměřené a vypočtené hodnoty elektrické intenzity

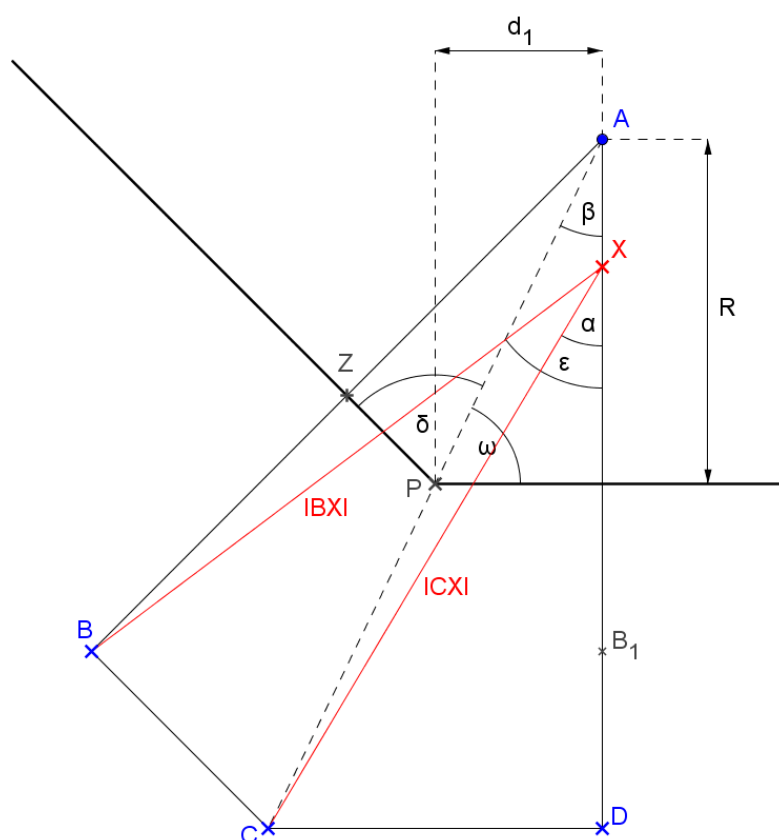
$\bar{E}_B \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$\delta \text{ (\%)}$
414	570,9	37,9

6.3 Uspořádání válec a dvě uzemněné poloroviny svírající úhel 45°

Intenzita pole byla měřena ve výšce 23,5 cm nad uzemněnou rovinou (v bodě X). Bod A reprezentuje vzorový náboj č. 0 a body B, C a D značí zrcadlové náboje 1, 2 a č. 3 přesně dle *obr. 8*.

$$d_1 \doteq 12,3 \text{ cm}$$

$$R \doteq 39,45 \text{ cm}$$



Obr. 16 Grafické znázornění výpočtu rozměrů uspořádání

Tab. 18 Tabulka vypočtených rozměrů uspořádání

E_1			
β	17,4°	BC	38,3 cm
ω	72,6°	B ₁ D	27,1 cm
δ	62,4°	B ₁ X	35,83 cm
AZ	36,6 cm	B ₁ B	51,8 cm
AB	73,2 cm	BX	63 cm
ZP	19,2 cm	ε	55,3°
E_2		E_0	
AP	41,3 cm	AX	15,95 cm
CA	82,7 cm	E_3	
CD	24,7 cm	DX	62,95 cm
CX	67,61 cm		
α	21,4°		

Opět výpočet nebyl do práce vložen, protože byl příliš dlouhý a pro pochopení nepodstatný, kde klíčem k pochopení je obrázek *obr. 16*, který princip výpočtu jednotlivých rozměrů demonstruje. Jedná se pouze o jednoduché výpočty, které vychází z obecné teorie planimetrie.

Jednotlivé velikosti vektorů elektrické intenzity od jednotlivých nábojů jsou rovny

$$E_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{|AX|}$$

$$E_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{|BX|}$$

$$E_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{|CX|}$$

$$E_3 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{|DX|}$$

A výsledná intenzita bude rovna, při aplikování principu superpozice, vektorovému součtu jednotlivých dílčích vektorů

$$E = \frac{\tau}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{|AX|} + \frac{1}{|DX|} + \frac{1}{|BX|} \cdot \cos(\varepsilon) - \frac{1}{|CX|} \cdot \cos(\alpha) \right]$$

kde členy $\cos(\omega)$ a $\cos(\gamma)$ přepočítávají velikost vektoru do měřené osy.

Elektrický potenciál na povrchu válcové elektrody je roven

$$\varphi = \sum \varphi = \varphi_0 - \varphi_1 - \varphi_3 + \varphi_2$$

$$\varphi = \frac{\tau \cdot \left[\ln\left(\frac{1}{r}\right) - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{(|B_1B|)^2 + (|B_1X| + |AX| - r)^2}}\right) - \ln\left(\frac{1}{2 \cdot R - r}\right) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{(|CD|)^2 + (2 \cdot R - r)^2}}\right) \right]}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}$$

Zprůměrování naměřených hodnot

$$\bar{E}_B = \frac{\sum_{j=1}^n E_j}{n} = \frac{E_{B1} + E_{B2}}{2} = \frac{446 + 434}{2} = 440 \text{ Vm}^{-1}$$

Dosazením vzorce pro potenciál na povrchu válcové elektrody do vzorce elektrické intenzity je možné vyjádřit výsledný vzorec pro velikost elektrické intenzity v závislosti na napětí U

$$E = \frac{U \cdot \left[\frac{1}{|AX|} + \frac{1}{|DX|} + \frac{1}{|BX|} \cdot \cos(\varepsilon) - \frac{1}{|CX|} \cdot \cos(\alpha) \right]}{\left[\ln\left(\frac{1}{r}\right) - \ln\left(\frac{1}{\sqrt{(|B_1B|)^2 + (|B_1X| + |AX| - r)^2}}\right) - \ln\left(\frac{1}{2 \cdot R - r}\right) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{(|CD|)^2 + (2 \cdot R - r)^2}}\right) \right]}$$

Aby bylo možné dosadit do vzorce elektrické intenzity parametry modelu pole, je nutné udělat mezivýpočet nejdelšího členu

$$\sqrt{(|B_1B|)^2 + (|B_1X| + |AX| - r)^2} = \sqrt{0,518^2 + (0,3583 + 0,1595 - 0,032)^2} = 0,7102 \text{ m}$$

Nyní je již možné dosadit jednotlivé parametry laboratorního modelu z *tab. 18*

$$E = \frac{U \cdot \left[\frac{1}{0,1595} + \frac{1}{0,6295} + \frac{1}{0,63} \cdot \cos(55,3^\circ) - \frac{1}{|0,6761|} \cdot \cos(21,4^\circ) \right]}{\left[\ln\left(\frac{1}{0,032}\right) - \ln\left(\frac{1}{0,7102}\right) - \ln\left(\frac{1}{2 \cdot 0,3945 - 0,032}\right) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{0,247^2 + (2 \cdot 0,3945 - 0,032)^2}}\right) \right]}$$

Výsledná velikost elektrické intenzity je rovna

$$E = 569,1 \text{ Vm}^{-1}$$

Tab. 19 Porovnání naměřené a vypočtené hodnoty elektrické intenzity

$\bar{E}_B \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$\delta \text{ (\%)}$
440	569,1	29,3

6.4 Kontrolní měření na modelu homogenního pole

Z důvodu velkých rozdílů mezi naměřenými a vypočtenými hodnotami elektrické intenzity, bylo provedeno kontrolní měření na modelu homogenního pole, aby se zjistila příčina chyby. Homogenní pole bylo vytvořeno pomocí rovinné elektrody, na které bylo připojeno střídavé napětí a uzemněné roviny.

Tab. 20 Naměřené hodnoty kontrolního měření

Číslo měření	$E \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$ bez uzemnění přístroje	$E \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$ uzemnění přístroje
1.	291	381
2.	302	373

Intenzita v homogenním poli je dána vzorcem [4]

$$E = \frac{U}{d} \quad (24)$$

Po dosazení hodnoty napětí a vzdálenosti mezi rovinnou elektrodou a uzemněnou rovinou do vzorce (24) vychází elektrická intenzita v tomto poli

$$E = \frac{200}{0,5} = 400 \text{ Vm}^{-1}$$

Tab. 21 Výsledky kontrolního měření

	$\bar{E} \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$E \text{ (Vm}^{-1}\text{)}$	$\delta \text{ (\%)}$
Bez uzemnění přístroje	296,5	400	34,9
Uzemnění přístroje	377		6,1

7. Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo krátce popsat přístroj VX0100 a jeho užití k biotestu, dále popsat problematiku výpočtu polí válce a rovin a v neposlední řadě tyto pole změřit na laboratorním modelu. Poslední část práce se věnuje konkrétním výpočtům a porovnáváním naměřených a vypočtených hodnot jednotlivých uspořádání válce a rovin.

Prvním úkolem bylo popsat přístroj VX0100, který slouží pro měření efektivní hodnoty intenzity elektrického pole. Přehled technických parametrů tohoto přístroje je uveden v *tab. 1*. Mezi hlavní možnosti využití tohoto přístroje je možné uvést vyšetřování velikosti znečištění prostoru na pracovištích elektromagnetickým polem různých elektrických spotřebičů a zařízení (biotest) v rámci hygienických norem, případně hledání vodičů pod napětím. V rámci této kapitoly bylo provedeno měření sloužící jako zjednodušený biotest ve dvou místnostech v areálu VŠB, kdy cílem bylo určit, zda nejsou výrazně překročeny běžné hodnoty intenzit okolo jednotlivých spotřebičů nebo dokonce hygienický limit viz *tab. 3*. Přehled naměřených hodnot je v tabulce *tab. 4* a *tab. 5* a zhodnocení měření je možné nalézt v samostatném závěru *1.3*.

Další část práce je věnována principu výpočtu polí válce a uzemněných rovin. Hlavní problematikou u těchto okrajových úloh je pozice náboje, respektive zda je možné uvažovat náboj v geometrické ose válcové elektrody nebo zda to možné není. Druhý zmíněný případ je popsán metodou Apolionových kružnic *3.1.1*, kterou je obecně nutno aplikovat, pokud není vzdálenost válcových elektrod (vzorové a obrazové) několikanásobně větší než poloměr válcové elektrody. Dále byla popsána pole válcové elektrody a dvou uzemněných polorovin svírající úhel 90° a 45° , kde princip výpočtu je v podstatě stejný jak u válcové elektrody a uzemněné roviny, jen je aplikován princip superpozice elektrické intenzity od jednotlivých zrcadlících nábojů. U obou těchto úloh byl pro jednoduchost výpočtu předpokládán výskyt náboje v geometrické ose válcové elektrody.

Dále bylo provedeno měření na jednotlivých modelech zmíněných polí. Jelikož přístroj VX0100 neumí měřit stejnosměrná pole, tak bylo použito střídavé napájecí napětí o průmyslovém kmitočtu 50 Hz a naměřené efektivní hodnoty byly považovány za stejnosměrné. Aby se zamezilo narušení měřeného pole částí lidského těla (rukou), respektive její kapacitou, byl přístroj VX0100 uchycen do provizorního stojanu *obr. 11*, ve kterém bylo provedeno celé měření. Každé měření bylo vždy provedeno ve třech měřených bodech A, B a C, kde naměřené hodnoty v bodech A a C jsou ovlivněny okrajovým jevem, a proto s výpočtem budou porovnávány pouze naměřené hodnoty intenzit ve středu válcové elektrody (v bodě B).

Pro zjištění, zda nastavené napětí odpovídá rozsahu měřicího přístroje VX0100 bylo provedeno měření pole válcové elektrody *5.6*, kdy se měřila elektrická intenzita v různé vzdálenosti od válcové elektrody. Z vypočtených hodnot *tab. 13* a vykresleného grafu *obr. 14* je možné pozorovat, že vypočtené hodnoty odpovídají hodnotám naměřeným. Pro výpočet bylo nutné stanovit hodnotu vzdálenosti válcové elektrody od nulového potenciálu ρ , kde vypočtená hodnota vyšla 0,72 m, ale při zohlednění zapojení by se tato vzdálenost měla rovnat vzdálenosti válcové elektrody od uzemněné roviny, protože zapojení zůstalo stejné jako u měření pole válcové elektrody a uzemněné roviny *obr. 10*.

Poslední část práce byla věnována porovnávání naměřených hodnot s hodnotami vypočtenými za pomoci odvozených vztahů z teoretické části práce. Pole válcové elektrody a uzemněné roviny *6.1* bylo počítáno jak metodou pomocí Apolionových kružnic, tak zjednodušující metodou předpokládající

elektrický náboj v geometrické ose válcové elektrody. Z vypočtených hodnot *tab. 14* je možné konstatovat, že vytvořený model pole splňuje již zmíněnou podmínku, že vzájemná vzdálenost nábojů je mnohonásobně větší než poloměr r válcové elektrody, protože vypočtené hodnoty jednotlivými metodami se vzájemně liší o méně jak 3 % (přesnost přístroje), a proto je možné v tomto uspořádání předpokládat náboj v geometrické ose válcové elektrody. Relativní odchylka mezi naměřenými a vypočtenými hodnotami elektrické intenzity *tab. 14* byla přibližně 31 %. V rámci této úlohy bylo rovněž provedeno porovnání hodnot kapacit uspořádání *tab. 15*, kde naměřená hodnota pro 1 kHz odpovídá vypočtené hodnotě 9,7 pF. Neshodnost naměřených hodnot kapacity pro frekvence 1 kHz a 120 Hz měla za následek patrně špatná kalibrace měřicího přístroje.

Dále byly provedeny výpočty polí válcové elektrody a dvou uzemněných polorovin svírající úhly 90° 6.2 a 45° 6.3, aby je bylo možné porovnat s hodnotami naměřenými. U první zmíněné úlohy (90°) byla relativní odchylka téměř 38 % a u druhé úlohy (45°) více jak 29 %. Při porovnání všech vypočtených hodnot, jak pro pole válcové elektrody a uzemněné roviny, tak pro pole válcové elektrody a uzemněných polorovin 90° a 45° je možné konstatovat, že rozdíly v těchto hodnotách jsou minimální a to v rozmezí chyby přístroje VX0100, a proto jejich vzájemné porovnávání nemá smysl. Do vyhodnocování naměřených hodnot nebyly nakonec začleněny naměřené hodnoty pozadí, protože by v důsledku tak velkých odchylek měření neměli v podstatě žádný vliv.

Z důvodu velkých rozdílů mezi naměřenými a vypočtenými hodnotami elektrické intenzity bylo provedeno kontrolní měření na modelu homogenního pole viz 6.4, které mělo sloužit ke zjištění chyby měření. Z naměřených hodnot *tab. 21* je zřejmé, že přístroj VX0100 měl být v průběhu měření uzemněný. Kde relativní odchylka měření bez uzemnění byla 35 % a s uzemněním zhruba 6 %. Při porovnání relativní odchylky měření s předešlými úlohami je možné pozorovat, že se pohybují v rozmezí 29 - 38 %, a tak je možné konstatovat, že aplikováním zemnění přístroje VX0100 pomocí kontaktního pole na zadní straně přístroje nebo pomocí zemnicího kabelu by se naměřené hodnoty značně přiblížili vypočteným hodnotám.

Závěrem je nutné dodat, že v případě aplikace již zmíněných měření jako laboratorní úlohy do předmětu VPE, by bylo nutné celé měření opakovat se zemněním přístroje VX0100 a redukovat tak relativní odchylku měření.

8. Seznam literatury

- [1] MAYER, Daniel. Aplikovaný elektromagnetismus: úvod do makroskopické teorie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry. 2. vyd. České Budějovice: Kopp, 2012, 538 s. ISBN 978-80-7232-436-1.
- [2] HAŇKA, Ladislav. Teorie elektromagnetického pole. Vyd. 1. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1975, 578 s.
- [3] *Sbírka řešených úloh: Pole nabitě válcové plochy* [online]. [cit. 2016-04-10]. Dostupné z: <http://reseneulohy.cz/445/pole-nabite-valcove-plochy>
- [4] MACH, Věslav. Vybrané principy elektroenergetiky: vpe. In: *Osobní stránky Dr. Věslava Macha* [online]. [cit. 2016-04-10]. Dostupné z: <http://homen.vsb.cz/~mah30/>
- [5] MACH, V., C. HENZL, B. SOCHA a J. SVOBODA. Sbírka špatně řešených příkladů z teoretické elektrotechniky: Celek. In: *Osobní stránky Dr. Věslava Macha* [online]. 2011 [cit. 2016-04-10]. Dostupné z: <http://homen.vsb.cz/~mah30/>
- [6] KOŠTÁL, Josef. EMF a lidské zdraví. In: *Časopis ELEKTRO* [online]. 2005 [cit. 2016-04-10]. Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz/elektro/casopis/tema/emf-a-lidske-zdravi--13777>
- [7] VX0100: Návod k obsluze METRIX VX0003 / VX0100. In: *GHV Trading* [online]. [cit. 2016-04-10]. Dostupné z: <http://www.ghvtrading.cz/merici-pristroje/provozni/elektricke-pole/vx0100.html>
- [8] KOVAL, Ludvík. ELEKTRICKÁ MĚŘENÍ: PŘESNOST MĚŘENÍ. In: *LMS Elektronický výukový systém* [online]. Ostrava, 2012 [cit. 2016-04-10]. Dostupné z: http://lms.vsb.cz/pluginfile.php/175934/mod_resource/content/7/EM_1_Presnost.pdf